

Robotik I im WS 2016/17

Musterlösungen zum 4. Übungsblatt

Prof. Dr.-Ing. Tamim Asfour
Prof. Dr.-Ing. Rüdiger Dillmann
Dr.-Ing. Nikolaus Vahrenkamp
Dipl.-Inform. Manfred Kröhnert
Dipl.-Inform. Peter Kaiser
M.Sc. Fabian Paus
M.Sc. Samuel Rader
Adenauerring 2, Geb. 50.20
Web: <http://h2t.anthropomatik.kit.edu>

Lösung 1

1. Erklären Sie die Begriffe Voronoi-Region, Voronoi-Kante und Voronoi-Knoten.

Voronoi-Region: Dieser Raum umfasst alle Punkte des euklidischen Raums, die näher am Zentrum der Region liegen als an allen anderen Zentren. Voronoi-Kante: Alle Punkte auf diesen Kanten haben zu den Zentren der angrenzenden Regionen den gleichen Abstand. Voronoi-Knoten: Ecken der Polygone/Voronoi-Regionen

2. Bestimmen Sie das Voronoi-Diagramm für P.

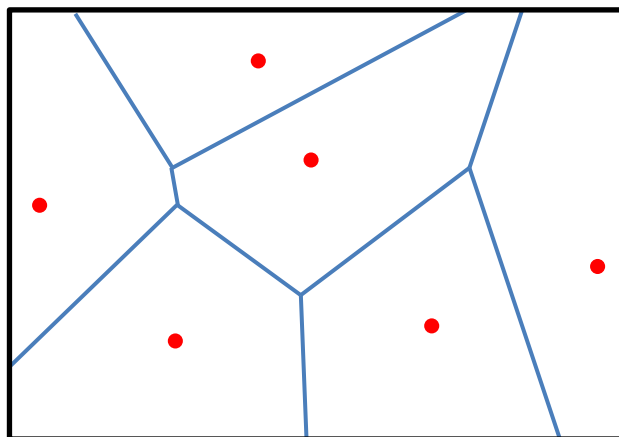
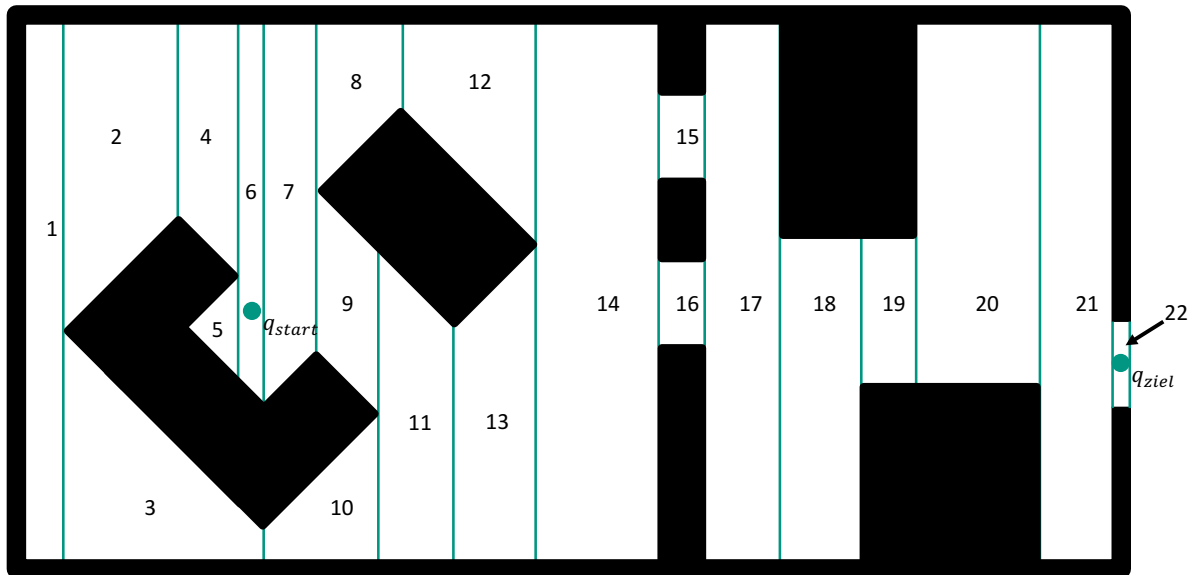


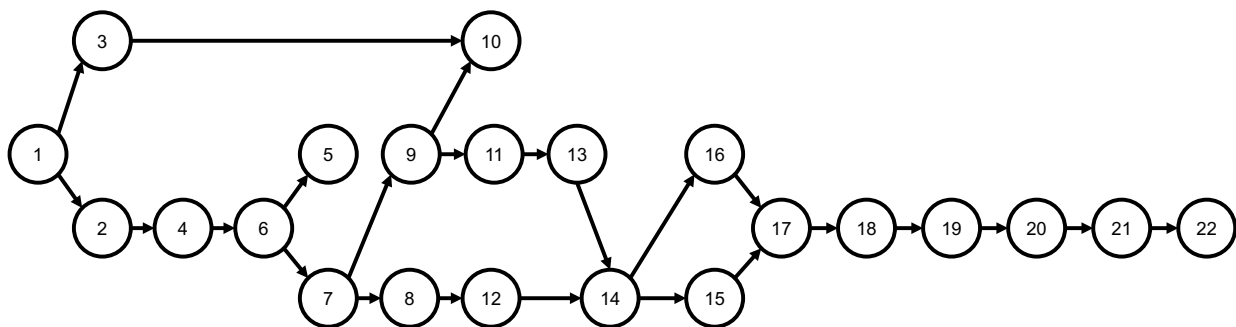
Abbildung 1: Voronoi-Diagramm für die Punktmenge P.

Lösung 2

1. Zellzerlegung mittels Linesweep



2. Adjazenzgraph

3. Mögliche Abfolge von Zellen die von q_{start} zu q_{ziel} durchquert werden:

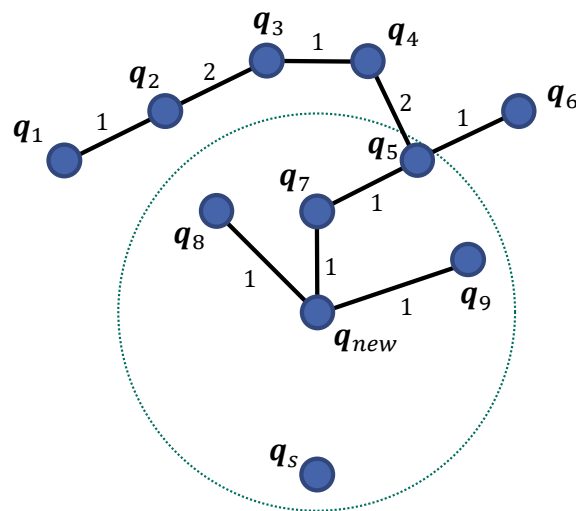
6, 7, 9, 11, 13, 14, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22

Lösung 3

1. Der Knoten q_{new} wurde mit der RRT*-Funktion $Steer(q_{nn}, q_s, d)$ ermittelt. q_s ist das aktuelle Sample, d die Schrittweite und q_{nn} ist der nächste Nachbar von q_s , also q_7 . q_{new} wird bestimmt, indem auf der Verbindung von q_7 zu q_s ein Schritt der Länge d durchgeführt wird.

Knoten	Kosten
q_1	0
q_2	1
q_3	3
q_4	4
2. q_5	6
q_6	7
q_7	7
q_8	10
q_9	10
q_{new}	8

3. Die RRT* Funktion $Near(T, q_{new}, r)$ ermittelt alle Knoten aus T , deren Abstand zu q_{new} maximal r beträgt.
4. Für den *Rewire* Schritt des RRT* Algorithmus werden die Knoten q_5, q_7, q_8, q_9 in Betracht gezogen, da Sie über die Funktion $Near$ ermittelt wurden. (q_7 kann ignoriert werden, da dieser Knoten bereits mit q_{new} verbunden ist.)
5. Siehe Abbildung 2. Die Kante zu q_8 wird geändert, da $Cost(q_{new}) + Cost(q_{new}, q_8) = 9$ geringer ist als $Cost(q_8) = 10$. Die Kante zu q_9 wird geändert, da $Cost(q_{new}) + Cost(q_{new}, q_9) = 9$ geringer ist als $Cost(q_9) = 10$. Die Kanten zu q_7 sowie zu q_5 bleiben bestehen, da sich die Kosten nicht ändern (bzw. verringern).

Abbildung 2: Der RRT*-Baum T nach dem *Rewire* Schritt.

Lösung 4

Hier sind die ersten vier Schritte des A*-Algorithmus dargestellt. Der vierte Schritt war nicht verlangt, beinhaltet aber den Zustand (Open und Closed Set) nach dem dritten Schritt.

Schritt 1

- Open Set: $\{v_2(cost : 4.12, pred : (null))\}$
- ClosedSet: $\{\}$
- Knoten, der expandiert wird: v_2
- Knoten, die zum Open Set hinzugefügt werden:
 $v_3(cost : 1.00 + 4.47, pred : v_2)$
 $v_1(cost : 1.00 + 4.00, pred : v_2)$
 $v_5(cost : 4.00 + 3.16, pred : v_2)$

Schritt 2

- Open Set: $\{v_3(cost : 5.47, pred : v_2), v_1(cost : 5.00, pred : v_2), v_5(cost : 7.16, pred : v_2)\}$
- ClosedSet: $\{v_2\}$
- Knoten, der expandiert wird: v_1
- Knoten, die zum Open Set hinzugefügt werden:
 $v_4(cost : 2.00 + 3.00, pred : v_1)$

Schritt 3

- Open Set: $\{v_3(cost : 5.47, pred : v_2), v_5(cost : 7.16, pred : v_2), v_4(cost : 5.00, pred : v_1)\}$
- ClosedSet: $\{v_1, v_2\}$
- Knoten, der expandiert wird: v_4
- Knoten, die zum Open Set hinzugefügt werden:
 $v_7(cost : 6.00 + 2.00, pred : v_4)$

Schritt 4

- Open Set: $\{v_3(cost : 5.47, pred : v_2), v_5(cost : 7.16, pred : v_2), v_7(cost : 8.00, pred : v_4)\}$
- ClosedSet: $\{v_1, v_2, v_4\}$
- Knoten, der expandiert wird: v_3
- Knoten, die zum Open Set hinzugefügt werden:
 $v_6(cost : 2.00 + 3.61, pred : v_3)$

Bei der Wahl der Heuristik für den A*-Algorithmus ist darauf zu achten, dass diese die verbleibenden Kosten zum Ziel nicht überschätzt. Ansonsten gilt die Garantie, dass der kürzeste Pfad zum Ziel gefunden wird nicht mehr. Die euklidische Distanz ist in dieser Aufgabe immer kleiner oder gleich den tatsächlichen minimalen Kosten zum Ziel, da es keine Knoten mit Kosten < 1 gibt.

Beim Hinzufügen des Zielknotens zum Open Set kann der A*-Algorithmus noch nicht terminieren, da es noch möglich ist, dass kürzere Wege zum Zielknoten existieren. Erst, wenn der Zielknoten expandiert werden soll, kann es keinen kürzeren Weg mehr geben und der Algorithmus terminiert.

Lösung 5

1. Potentialfelder wirken auf einen Roboter, wenn der Abstand zwischen dem Zentrum des Feldes und dem Roboter geringer ist als ρ_0 . Es ergibt sich:

- $\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,1}\| \approx 2.2 < \rho_0$
- $\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,2}\| \approx 1.4 < \rho_0$
- $\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,3}\| = 1 < \rho_0$

In der gegebenen Konstellation wirken alle drei abstoßenden Potentiale auf R .

2. Im gegebenen Fall wirken vier Potentiale: drei abstoßende Hindernispotentiale und das anziehende Potential. Die Funktion für ein abstoßendes Potential $U_{ab,*}(\mathbf{q}_R)$ lautet ($\nu = 1$):

$$U_{ab,*}(\mathbf{q}_R) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,*}\|} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2,$$

die Funktion für ein anziehendes Potential ergibt sich zu ($\xi = 1$):

$$U_{an}(\mathbf{q}_R) = \|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ziel}\|.$$

Damit ergibt sich für die Funktion $U(\mathbf{q}_R)$ der wirkenden Potentiale der folgende Ausdruck:

$$\begin{aligned} U(\mathbf{q}_R) &= U_{an}(\mathbf{q}_R) + \sum_{i=1}^3 U_{ab,i}(\mathbf{q}_R). \\ &= \|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ziel}\| + \sum_{i=1}^3 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,i}\|} - \frac{1}{\rho_0} \right)^2 \end{aligned}$$

3. Der Roboter bewegt sich in Richtung der durch die bestehenden Potentiale auf ihn wirkende Kraft $F(\mathbf{q}_R)$:

$$\begin{aligned} F(\mathbf{q}_R) &= -\nabla U(\mathbf{q}_R) \\ &= -\nabla \left(U_{an}(\mathbf{q}_R) + \sum_{i=1}^3 U_{ab,i}(\mathbf{q}_R) \right) \\ &= -\nabla U_{an}(\mathbf{q}_R) + \sum_{i=1}^3 -\nabla U_{ab,i}(\mathbf{q}_R) \\ &= -\frac{\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ziel}}{\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ziel}\|} + \sum_{i=1}^3 \left(\frac{1}{\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,i}\|} - \frac{1}{\rho_0} \right) \cdot \frac{1}{\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,i}\|^2} \cdot \frac{\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,i}}{\|\mathbf{q}_R - \mathbf{q}_{ab,i}\|}. \end{aligned}$$

Mit den in der Aufgabenstellung gegebenen Werte ergibt sich die auf den Roboter wirkende Kraft zu:

$$\begin{aligned}
 F(\mathbf{q}_R) &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \left(\frac{1}{2.2} - \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{1}{2.2^3} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\
 &\quad + \left(\frac{1}{1.4} - \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{1}{1.4^3} \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \\
 &\quad + \left(1 - \frac{1}{5} \right) \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.02 \\ 0.05 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -0.18 \\ 0.18 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.8 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 1.64 \\ 0.23 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

Das Zusammenspiel der Potentiale bewirkt, dass sich der Roboter R nicht auf dem direkten Weg zum Ziel $\mathbf{q}_{\text{ziel}}$ bewegt, sondern auf einer Kurve mit der momentanen Richtung $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} 1.64 \\ 0.23 \end{pmatrix}$.